载流子输运现象

2019年12月6日 18:42

0. 摘要.

这一章的主要内容就是研究非平衡状态下的载流子运动. 理论上来说, 半导体中, 影响载流子运动的主要有三种.

1) 漂移运动: 由电场力影响的运动.
2) 扩散运动: 由浓度梯度所影响的运动.
3) 温度所影响的运动由于半导体器件不断缩小, 已经可以忽略了.

1. 载流子的漂移运动.

1.1. 电磁场模型

由于有了有效质量的概念. 可以使我们专注于经典的电磁场理论和经典力学, 只需用考虑有效质量.

$$\vec{J} = \rho\vec{v}$$

由于我们的半导体基本可以看成一维的, 所以这里可以不使用向量.

对于经典力学

$$F = ma. \rightarrow \begin{array}{l} m_*^p \cdot a = eE. \\ m_*^n \cdot a = -eE. \end{array}$$

我们先考虑空穴.

$$m_*^p \frac{dv}{dt} = eE.$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{eE}{m_*^p}.$$

代入边界条件. 初始时间速度为0.

于是.
$$V = \frac{eE}{m_*^p} \cdot t.$$

随着时间速度不断增大. 现在代入右侧

$$J = e \cdot p \cdot V_{dp}. \qquad V_{dp} = \text{drift. positive.}$$

$$J = e \cdot p \cdot \frac{eE}{m_*^p} t.$$

$$= ep \cdot \frac{et}{m_*^p} \cdot E.$$

所以电导率 $\sigma_p = e \cdot p \cdot \mu_p$.

所以在补偿半导体中, 总漂移电流密度.

$$J = e\mu_n n E + e\mu_p \cdot p E = e(\mu_n \cdot n + \mu_p \cdot p)E.$$

由此看出我们主要关心速度和电场的关系. 所以我们定义一个新的概念, 迁移率. 即为 $\mu = \frac{v}{E}$. 这里 $\mu_p = \frac{et}{m_*^p}$.

于是 $\sigma = ep\mu_p \cdot E$.

下面就来分别讨论迁移率和电导率.

1.2. 迁移率.

在半导体中. 迁移率的定义是非常复杂的. 上面的 $\mu = \frac{et}{m^*}$ 只考虑了经典的力学公式. 而在半导体中, 电子和空穴还会受到和晶格的碰撞. 称为声子散射. 和杂质中电离离子的库仑力作用, 称为电离杂质散射. 这两种都是碰撞. 所以限定了我们的 t 不能取到无穷.

根据热力学. 理想粒子的平均热运动动能为 $\frac{3}{2}kT$. 分别是平动动能 $\frac{1}{2}kT$. 转动动能 $\frac{1}{2}kT$. 振动动能 $\frac{1}{2}kT$.

载流子会发射声子和吸收声子与晶格交换能量. 在处于热平衡状态, 而晶格的能量是热传递, 当载流子的速度超过 $\frac{3}{2}kT$ 时.. 将大于平均动能. 成为热载流子. 将热量传递给晶格. 从而失去动能. 最后稳定于 $\frac{3}{2}kT$. 这个即为速度极大值. 称为饱和电流. 由于漂移速度通常远小于热运动, 漂移速度要达到饱和速度需要很大的电场.

所以. 在弱电场区, 热运动占主导. 我们主要讨论温度和碰撞. 对应到公式中即为影响 t.

在强电场区. 漂移运动占主导. 我们主要讨论电场对迁移率的影响. 公式中主要影响 m^*.

1.2.1. 弱电场区.

漂移速度远小于热运动速度, 我们可以忽略漂移速度对碰撞的影响. 热运动是对大量粒子来说的. 所以是统计的概念. 设平均碰撞时间为 τ_{cp}. 假设碰撞后速度为0. 则载流子平均速度为 (空穴).

$$V_d = \frac{1}{2} \cdot \frac{e\tau_{cp}}{m_p^*} \cdot E,$$ 对其进行实验结果的修正. 得 $$V_d = \frac{e\tau_{cp}}{m_p^*} \cdot E.$$

所以迁移率为 $\frac{e\tau_{cp}}{m_p^*}$.

温度会影响热运动. 从而影响 τ_{cp}.

1.2.1.1. 晶格散射 (声子散射)

晶体中散射的能量交换以声子 $\hbar\omega$ 为单位. 所以又称声子散射. 由于系统中声子的数目与温度有关. 因为温度越高, 晶格振动就越剧烈, 有效振荡度越多. 即声子数目越多. 散射越明显.

即 $T\uparrow$ $\tau_{cp}\downarrow$ $\mu\downarrow$. 根据散射理论.

设仅由声子引起的迁移率为 μ_L. 则 $\mu_L \sim T^{-\frac{3}{2}}$

1.2.1.2 电离杂质散射.

这个是由于库仑力作用. 温度越大. 载流子的热运动越剧烈, 动能就越大. 当动能大于势能时, 则不容易发生碰撞. 更多是路过.

即 $T\uparrow$. $\tau_{cp}\uparrow$. $\mu\uparrow$. 根据散射理论. $\mu_I = \frac{T^{+\frac{3}{2}}}{N_I}$.

$N_I = N_d^+ + N_a^-$ 表示电离杂质浓度 浓度越大, 越容易碰撞..

更多是路过.

即 T↑. τ_{cp}↑. μ↑. 根据散射理论. $\mu_I = \frac{T^{+\frac{3}{2}}}{N_I}$.

$N_I = N_d^+ + N_a^-$. 表示总电离杂质浓度. 浓度越大, 越容易碰撞...

1.2.1.3 结合两者.

dt时间. 碰撞的概率为. $\frac{dt}{\tau}$, 若两种散射相互独立. 则碰撞的概率为两者之和.

$$\frac{dt}{\tau}=\frac{dt}{\tau_I}+\frac{dt}{\tau_L}.$$

约去dt. 代入迁移率公式

$$\frac{1}{\mu}=\frac{1}{\mu_I}+\frac{1}{\mu_L}$$

和并联电阻的形式相同.

1.2.2. 强电场区.

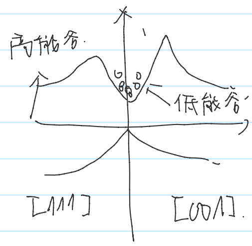
Si和GaAs中的空穴在强电场区中运动的漂移速度几乎保持恒定, 但GaAs的漂移电流速度更加复杂

在V-E曲线中. 迁移率有两种定义: 1) 迁移率 $\frac{v}{E}$ 2). 微分迁移率 $\frac{dv}{dE}$.

$\frac{dv}{dE}$ 即为导数. 下面来解释一下. 负微分迁移率的含义.

强电场区影响的是有效质量. 当电子的能量越大. 电子有效质量越大.

从而迁移率变小. 我们从GaAs的能带图中分析



[111], [100]为晶格方向. GaAs的能带图和Si不同 (Si的能带图这里省略了, 可以参考第三章. 大概为"八"). GaAs中有能量谷. 即为局部能量最低. 这里会有大量电子. 当电场强度增加. 电子获得了更多的能量.

就会从低能谷进入高能谷. 从而 m_n^*↑. ∴ μ_n↓.

有效质量, 这里先不推导他.

$$\frac{1}{m_n^*}=\frac{1}{(h/2\pi)^2}\cdot\frac{d^2E}{dk^2}$$

从公式中可以简单发现, E-k曲线上升的越快. m_n^*越小. $\left.\frac{d^2E}{dk^2}\right|_{高能谷} < \left.\frac{d^2E}{dk^2}\right|_{低能谷} \Longrightarrow m_n^*|_{高} > m_n^*|_{低}$.

1.3. 电导率.

之前总结了, 补偿半导体中. $J=e(\mu_n\cdot n+\mu_p\cdot p)E = \sigma E$.

电阻率 $\rho=\frac{1}{\sigma}=\frac{1}{e(\mu_n n+\mu_p\cdot p)}$

$R=\frac{\rho L}{A}$. 这是欧姆定律, 可以用作条形半导体电阻.

对于n型或p型半导体. 通常有一种掺杂浓度更大.

则 $\sigma\approx e\mu_n\cdot n$ 或 $e\mu_p\cdot p$. 或杂质全部电离则 $\sigma = e\mu_p\cdot N_a$ 或 $e\mu_n\cdot N_d$.

1.4. 例题.

一般在笔记中都不涉及例题. 但这里例外. 这一章我们已经具有较强的应用性. 所以需要将理论和实验相结合. 例题更会说明一些工程的结论.

[例1] 计算在已知电场强度下的半导体漂移电流密度。

T=300K时. GaAs的掺杂浓度为 $N_a=0$, $N_d=10\ cm^{-3}$。设杂质全部电离, 电子和空穴的迁移率为 $\mu_n=8500\ cm^2/V\text{-}s$. $\mu_p=400\ cm^2/V\text{-}s$. 若外加电场强度为 $E=10\ V/cm$. 求漂移电流密度.

解.

由 $J=e\cdot[\mu_n\cdot n+\mu_p\cdot p]E$. 即求 n. p.

$$n=\frac{N_d-N_a}{2}+\sqrt{\left(\frac{N_d-N_a}{2}\right)^2+n_i^2}\approx 10^{16}\ cm^{-3}.$$

$$p=\frac{n_i^2}{n}=\frac{(1.8\times10^6)^2}{10^{16}}=3.24\times10^{-4}\ cm^{-3}.$$

代入求 $J\approx e\mu_n N_d E = 136A/cm^2$.

[注]这个例子说明漂移电流速度基本取决于多数载流子. 且在半导体上加很小的电场就可以获得很大的漂移电流密度

[例2] 已知杂质补偿半导体的导电类型和电导率. 计算掺杂程度和多数载流子的浓度.

已知T=300K时杂质补偿n型Si的电导率为 $\sigma=16\ (\Omega\text{-}cm)^{-1}$, 受主杂质浓度为 $N_a=10^{17}\ cm^{-3}$。求施主杂质浓度和电子迁移率。

此题和例1是一个对称的问题.

解

$\sigma=e(\mu_n\cdot n+\mu_p\cdot p)$

忽略 $\frac{n_i^2}{N_d-N_a}$

$\sigma=e\mu_n\cdot(N_d-N_a)$.

由于迁移率和 $N_d^++N_a^-$ 总浓度有关, 所以这里只能从一个一阶方程求两个根. 因为这里我们并不知道 μ_n和N_d的关系式

忽略分 $\frac{n_i}{N_d-N_a}$.

$\sigma = e\mu_n \cdot (N_d - N_a)$.

由于迁移率和 $N_d^+ + N_a^-$ 总浓度有关，所以这里只能从一个一阶方程求两个根。因为这里我们并不知道 μ_n 和 N_d 的关系，但我们知道他们是一一对应的。

反复查表得到：$N_d \approx 3.5\times10^{17}\,cm^{-3}$，$\mu_n \approx 400\,cm^2/V\text{-}s$，$\sigma = 16\,(\Omega\text{-}cm)^{-1}$.

[注] 由此例可以看出，高电导率半导体材料的迁移率是载流子浓度的强函数。

【例3】、设计一个满足给定电阻率和电流密度要求的半导体电阻器。

$T=300K$ 时半导体 Si 施主杂质的掺杂浓度为 $N_d = 5\times10^{15}\,cm^{-3}$，现掺入受主杂质以形成 P 型补偿半导体。要求电阻器的电阻为 $10k\Omega$，外加电压为 5V 时电流密度为 $J = 50\,A/cm^2$.

解：

$10k\Omega$ 电阻上加 5V 电压的总电流为

$$I = \frac{V}{R} = \frac{5}{10} = 0.5mA.$$

如果电流密度为 $J = 50A/cm^2$，则横截面积为

$$A = \frac{I}{J} = \frac{0.5\times10^{-3}}{50} = 10^{-5}\,cm^2.$$

不妨设 $E = 100V/cm$，那么电阻长度为 $L = \frac{V}{E} = 5\times10^{-2}\,cm$.

由式 (5.22b) 可知半导体的电导率为

$$\sigma = \frac{L}{RA} = \frac{5\times10^{-2}}{(10^4)(10^{-5})} = 0.50\,(\Omega\text{-}cm)^{-1}.$$

于是 $\sigma \approx e\mu_p \cdot p = e\mu_p(N_a - N_d)$，解法和例2一样。

$\sigma = 0.4p_2$.

2. 载流子扩散.

在模电基础中我们已经接触到了载流子的扩散运动，PN外加正向电压将使扩散加剧。这一节我们就做简单的定量分析。

2.1. 扩散电流密度.

实际上，热力学中已经对粒子的扩散运动进行了定量分析。"圣经"教材中简单构建了一个一维模型，大体上也说明了最后的结论，这里不再多余描述，只简单说明一下。

(1) 为什么只考虑了 $x(-l)$ 和 $x(l)$ 这两个点？：作者只想说明最后的结论且中间的点由于对称性，性质和 $x(-l)$，$x(l)$ 两点的结论是通用的。

(2) 为什么假设扩散浓度是线性的？：因为载流子的平均自由程非常小，可以近似成线性的。而且作者用了泰勒展开，也说明了这个结论。

从热力学的角度去讨论，阿道夫·菲克于1855年提出了菲克定律，给出了扩散和浓度的关系。

菲克定律包括两个内容

(1) 在单位时间内通过垂直于扩散方向的单位截面积的扩散物质流量（称为扩散通量 Diffusion Flux，J）与该截面处的浓度梯度成正比。

(2) 在非稳态扩散过程中，在距离 x 处，浓度随时间的变化率等于该处的扩散通量随距离的变化率。

这里主要用到第一定律，即

$$J = \frac{dm}{A\,dt} = -D\frac{dc}{dx}$$

c 是浓度，D 为扩散系数，通量密度的方向总是从高浓度到低浓度。如果是三维

$$J = -D\nabla C.$$

由于载流子带有电荷，我们讨论的通量密度也变成电流密度。

所以，对于电子：　　　　，对于空穴：

$$J_{nx|dif} = eD_n\frac{dn}{dx}. \qquad J_{px|dif} = -eD_p\frac{dp}{dx}.$$

电子的电流方向和扩散方向相反，而空穴和扩散方向相同。

扩散到三维中：

$$J_{n|dif} = eD_n\nabla n \quad , \quad J_{p|dif} = eD_p\nabla p.$$

2.2. 总电流密度.

总电流密度即为漂移电流加上扩散电流：

$$J = e\mu_n n E + e\mu_p p E + eD_n\frac{dn}{dx} - eD_p\frac{dp}{dx}.$$

对于三维，

$$J = e\mu_n n E + e\mu_p p E + eD_n\nabla n - eD_p\nabla p.$$

由于漂移运动的迁移率受到碰撞的影响，扩散理论也受到平均自由程(即平均碰撞时间/温度有关)，所以，迁移率和扩散系数之间就存在一定的关系。在接下来的推导中，我们已经了解到，有时候也需要考虑上面的一项即可。

3. 杂质梯度分布

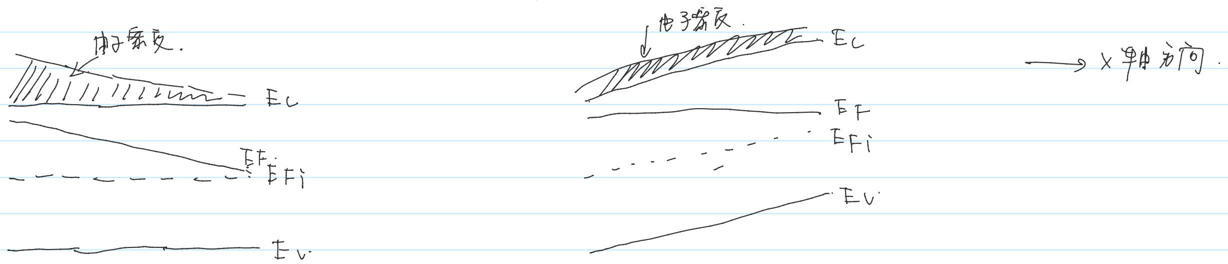
在平衡半导体中，我们讨论了在补偿简并半导体中，费米能级和掺杂浓度之间的关系

$E_c - E_F = kT\ln\left(\frac{N_c}{N_d-N_a}\right)$ 或 $E_F - E_v = kT\ln\left(\frac{N_v}{N_a-N_d}\right)$

也介绍了有序到无序中。

费米能级会在半导体中变为常数。那么在一个非均匀掺杂的n型(补偿)半导体中，假设完全电离。

初始状态： 最终



3.1 感生电场

首先我们来讨论他的感生电场。和PN结中的感生电场原理类似，当电子随着浓度差进行扩散时，施主杂质离子并不发生移动，所以会产生一个方向沿x轴正向电场。这个电场将会阻碍电子的扩散，当达到平衡时，电场和扩散达到平衡(并不是没有浓度差)，但是感生电场却很小，扩散载流子浓度和掺杂浓度相比差别不大。

电势中等于电子势能除以电子电量(−e)。电子势能为 $E_{Fi}-E_F$，就是杂质原子将电子势能从中证费米能级提高到了费米能级，因为费米能级其中一个含义就是电子占据此能级的概率是½，所以这里具有统计上的平均势能的含义。

那么电势为

$$\phi = +\frac{1}{e}(E_F - E_{Fi})$$

一维下的感生电场定义为：这里x是对E_{Fi}求导，因为E_F已经是常数。

$$E_x = -\frac{d\phi}{dx} = \frac{1}{e}\frac{dE_{Fi}}{dx}$$

在平衡载流子中，我们已经推导出，E_F和E_{Fi}的关系

$$E_F - E_{Fi} = kT\ln\left(\frac{n_0}{n_i}\right) \qquad E_{Fi} - E_F = kT\ln\left(\frac{p_0}{n_i}\right)$$

在准中性条件下，可以假设完全电离，$n_0 \approx N_d$.

$$E_F - E_{Fi} = kT\ln\left[\frac{N_d(x)}{n_i}\right]$$

我们代入E_x.

$$E_x = -\frac{d\phi}{dx} = -\frac{d}{dx}\left(\frac{E_F - E_{Fi}}{e}\right) = -\frac{kT}{e}\frac{d}{dx}\ln\frac{N_d(x)}{n_i} = -\frac{kT}{e}\cdot\frac{n_i\cdot\frac{1}{n_i}\cdot\frac{dN_d(x)}{dx}}{N_d(x)} = -\frac{kT}{e}\cdot\frac{N_d'(x)}{N_d(x)}$$

3.2 爱因斯坦关系

我们在上节末尾提及到μ和扩散系数D之间存在关系，当时，我们认为他们都和碰撞。下面在上图给出的非均匀掺杂半导体中，我们求得了感生电场，我们还要找到扩散和漂移平衡的问题。

感生电场提供了漂移电流，扩散浓度差提供了扩散电流，当达到平衡时，系统的电流密度为0。在定量描述感应电场后我们发现，感应电场E中也包含了浓度差。

于是，我们可以用总电流为0的前提，解得μ和D的关系

$$J_n = 0 = e\cdot n\mu_n E_x + eD_n\frac{dn}{dx}$$

由于是n型，忽略掉了空穴的电流密度，其中他们也加0，不影响。我们使然假设 $n_0 \approx N_d$.

我们于是可以代入感生电场的表达式

$$J_n = 0 = e\cdot N_d\cdot\mu_n\cdot -\frac{kT}{e}\cdot\frac{N_d'(x)}{N_d(x)} + eD_n N_d'(x)$$

$$= [-kT\mu_n N_d'(x) + eD_n N_d'(x)] = 0$$

所以，得到 $D_n = \frac{kT}{e}\mu_n \rightarrow \frac{D_n}{\mu_n} = \frac{kT}{e}$，

同理

所以，得到 $D_n=\frac{kT}{e}\mu_n$ $\rightarrow$ $\frac{D_n}{\mu_n}=\frac{kT}{e}$，

同理

$$J_p=0=eN_a\mu_p\cdot\frac{kT}{e}\frac{N_a'(x)}{N_a(x)}-eD_pN_a'(x)$$

$$\Rightarrow\quad \mu_p kTN_a'(x)-eD_pN_a'(x)=0$$

$$\rightarrow\ \frac{D_p}{\mu_p}=\frac{kT}{e}.$$

这个关系就是爱因斯坦关系。

我们通过例题，用数据加深记忆，同时大体上给出他们之间的数量级关系

[例1]. 已知迁移率，求扩散系数、设T=300K时，迁移率为 $1000\,cm^2/V\text{-}s$

解.

$$D=\frac{kT}{e}\mu=(0.0259)\cdot(1000)=25.9\,cm^2/s.$$

[注] 这个系数比和材料无关，和温度有关，常温下迁移率大概是扩散系数的40倍.

4. 霍尔效应.

电和磁总是密不可分的。安培环路定律告诉我们，电流会产生磁场，而变化的电流会产生变化的磁场，从而产生变化的电场。那么电场和磁场对运动电荷同时施加的作用力产生的效应就是霍尔效应.

利用这个效应，我们可以做成磁性探针或测量半导体参数

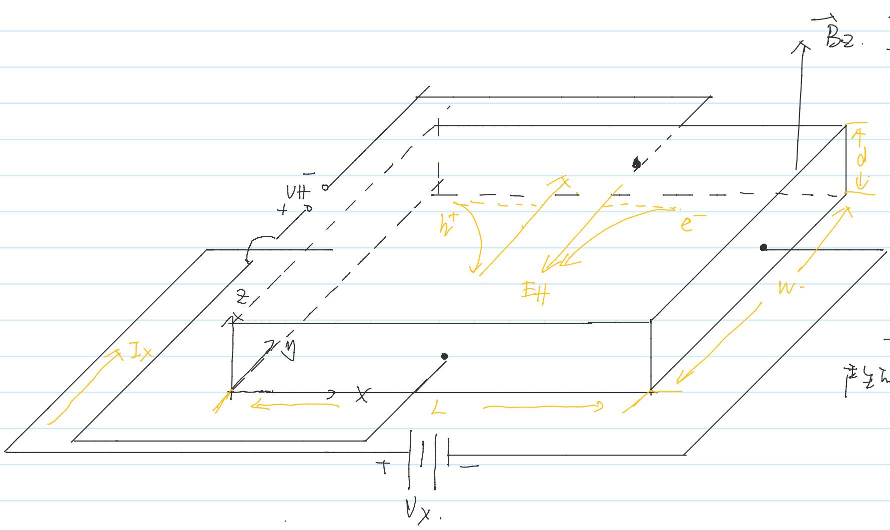
这里我们主要研究在给定磁场的情况下，半导体的霍尔效应。霍尔效应高中已经学过了，这里简单描述.

根据磁感应强度的定义.

电荷为q的粒子所受的磁场力为

$$\vec{F}=q\vec{v}\times\vec{B}$$

我们来研究电荷受到的磁场作用，首先给出示意图.



如图所示，通有电流 I_x 的半导体放置在与电流方向垂直的磁场中 $\vec{B_z}$，沿z方向。所以空穴和电子都将受到磁场力的作用，受力方向均朝向-y方向。p型半导体中 $(p_0>n_0)$，在y=0的表面会有正电荷积累，n型半导体中会有负电荷的积累，如图所示的积累。所以会在y方向产生感应电场最后达到平衡.

$$\vec{F}=q\vec{E}+q\vec{v}\times\vec{B}=0.$$

$$qE_y=qv_xB_z.$$

我们把y方向的感应电场称为霍尔电场.

产生的电压称为霍尔电压.

$V_H=+E_H\cdot W$. 其中 E_H 沿y方向，V_H 方向如图所示

如果半导体内都为空穴，则霍尔电压为正，所以n型半导体内，霍尔效应为负.

我们所说到的霍尔电场代入霍尔电压.

$$V_H=v_xB_z\cdot W.$$

v_x 则为漂移速度 $v_x=\frac{J_x}{ep}=\frac{I_xB_z}{ep(Wd)}$

所以. $V_H=\frac{I_x}{epWd}\cdot B_z\cdot W=\frac{I_xB_z}{epd}$. 所以 $p=-\frac{I_xB_z}{edV_H}$.

我们可以很方便的从宏观条件来求出微观的浓度.

对于n型来说

$$V_H=\frac{-I_xB_z}{ned}.$$

所以电子浓度为.

$$n=-\frac{I_xB_z}{edV_H}.$$

我们如果确定了浓度，就可以确定迁移率，利用电导率就不需要从原理的表达式中查表.

edV_H.

我们如果确定了浓度，就可以确定迁移率。利用电流密度就不需要从原理的表达式中查表.

$$J_x = e p \mu_p E_x.$$

$$\Rightarrow \frac{I_x}{Wd} = e \cdot p \cdot \mu_p \cdot \frac{V_x}{L}.$$

$$\mu_p = \frac{I_x L}{e p V_x W d}.$$

同理，对于n型半导体

$$\mu_n = \frac{I_x L}{e n V_x W d}$$

[注] 利用这个公式，必须统一使用米-千克-秒 (MKS) 才能得到正确的结果.