

PN结二极管

2019年12月20日 19:09

0. 概述

不可否认我们已经知道二极管怎么用。我们这一章的目的，就是从半导体物理的角度出发，讨论他的特性。上一章讨论PN结的时候，重点讨论了正向偏，但是在最后的思考中间也提到了反向偏的情况，当电子从P区穿过空间电荷区进入N区时，就形成了N区的过剩载流子。所以我们就用在非平衡载流子学过的内容来讨论他。

当我们用这个结构来做PN结的大电路时，我们在IAS (Integrierte Analog Schaltung) 中见到了模电基础中没有涉及的效率和效率。而在我们则有这个机会了解他们，尤其是在三极管和MOS管中。

最后讨论一下结击穿，开关瞬态以及肖特基二极管。

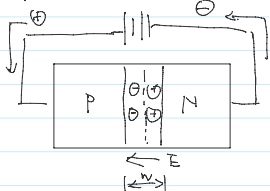
1. pn结电流

当正向偏压时，pn结内部就会产生电流（可以理解为扩散大于漂移的净能，参见PN结的思考）。我们先定性描述，之后我们推导电流和电压之间的数学关系。

1.1 pn结内电流的定性描述

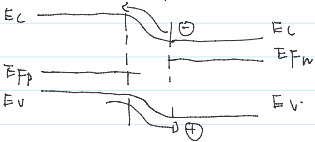
从能带类图上看，由于外加的是正向偏压，所以在导带能级中 $E_{Fp} < E_{Fn}$ (因为正负电子的势能 $E = (-e)\phi$)

如图所示，由于势差变大，所以形成电流。由于注入到N区的空穴是少数载流子，我们暂且可以用双极输运方程来分析。我们在非平衡载流子中学习到非平衡态下的电荷连续性方程（更严谨与平衡态和爱因斯坦关系组一起学），类似与这里要说明的内部无关，只是还是表明好吧！



$$\nabla \cdot \vec{j} = \nabla \cdot (qE) = \nabla \cdot (-E) + 0 \cdot \nabla \cdot E = 0 = -\nabla \cdot \left(\frac{q}{\sigma}\right)$$

$$\Rightarrow j = j_0 e^{-\frac{V}{\phi_0}} \quad \text{即 } \tau = \frac{\phi_0}{V}, \quad q \text{ 为电子电荷，只能在导体表面。}$$



在说明平衡态时，我们提到了准中性状态，少数载流子注入也会产生电子-空穴对来维持这个平衡，并经过弛豫时间给出了常数 $\tau = \frac{\phi_0}{V}$

在用双极输运方程推导之前，因为方程很复杂，因此近似是必不可少，所以我们这里要给出几个假设。

1) 耗尽层变宽近似；

这其实和是PN结的假设之一，在PN结的思考部分提到过。空间电荷区的边界存在突变，并且耗尽区以外的半导体区域是电中性的。

2) 载流子统计分布采用爱因斯坦第一玻尔兹曼近似。

之前也说过，伽马函数还能用， $T > D$ 函数只能从Matlab绘图了。

3) 小注入假设。

小注入情况下， n 和 p 可以忽略一个，从而我们可以用少数载流子浓度来描述多数载流子浓度。

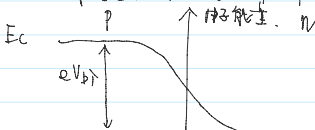
4) ① pn结内电流处处相等。

② pn结内的电子电流和空穴电流分别为连续函数。

③ 耗尽层内的电子电流与空穴电流为恒量。(是不是与①冲突了？我们在推导过程中会回答这个问题)

1.2 边界条件

我们先画出PN结的能带图。



虽然有大电流，但PN结内部基本结构并没有改变，即根据假设，我们认为PN结的变化仅仅是耗尽层变窄。

这种想法我们可以认为，只要有这种能级差，就会存在这种基本结构。

我们将平衡时的浓度用下标0表示。

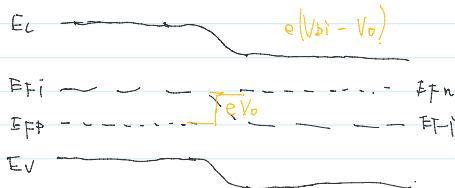
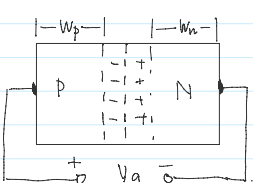
首先讨论无外加电压的情况。

用pn，我们可以将P区内少数载流子浓度和N区内多数载流子浓度联系在一起。

$$n_{p0} = n_i^2 / N_a \quad n_{n0} = N_d, \quad \text{当然我们谈的是净浓度，我们缺失内建电势差的表达式 } V_{bi} = V_t \ln \left(\frac{N_a N_d}{n_i^2} \right)$$

$$\ln \frac{n_{p0}}{n_{n0}} = \frac{N_d N_a}{n_i^2} = e^{\frac{V_{bi}}{V_t}} = e^{\frac{eV_{bi}}{kT}} \Rightarrow n_{p0} = n_{n0} \exp \left(\frac{-eV_{bi}}{kT} \right)$$

当有外加电压时，则有电流，大概画一下示意图。



我们用 $V_{bi} - V_a$ 即 $V_{bi} - V_a$ 代替 V_{bi} ，得到P区的少数载流子浓度 n_p ，为如果没有外加偏压的 n_{p0} 比例，我们记为 n_p 。

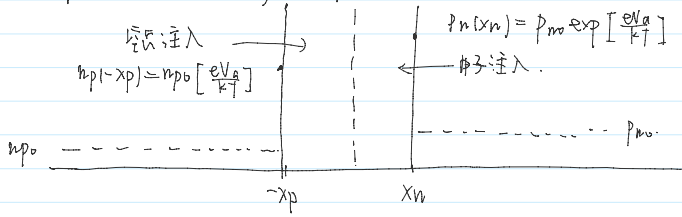
$$n_p = n_{p0} \exp \left(\frac{-eV_{bi}}{kT} \right) \exp \left(\frac{eV_a}{kT} \right), \quad \text{大多数书上的公式和这个不一样，教材我认为写错了}$$

我们可以发现 $n_p = n_{p0} \exp \left(\frac{eV_a}{kT} \right)$ ，那么有了正向偏压之后，少数载流子浓度会增加很多。

对于N区，同理 $p_n = p_{n0} \exp \left(\frac{eV_a}{kT} \right)$ 我们从这个公式中好像还可以看出他有更大的能力。

我们可以发现 $n_p = n_{p0} \exp(\frac{eV_0}{kT})$, 那么有了正向偏压之后, 少子浓度会增加很多.
 对于n区, 同样 $p_n = p_{n0} \exp(\frac{eV_0}{kT})$. 我们从这个公式中好像也可以看出他有更大的能力.

事实上, 在上一节PN结的平衡中, 我们也可以推导出这样的结果 $n_p = n_{p0} \exp[-eV_0/kT]$ 和 $p_n = p_{n0} \exp[-eV_0/kT]$
 那么可以发现, 过量的载流子浓度是很少的, 所以我们可以与平衡态有联系.



上图中画出了大致的分布, 有了偏压之后的少子浓度 $p_n(x_n)$, $n_p(-x_p)$ 即为我们上面计算出的结果. 那么, 我们加上外加的假设, 重新又推导了非平衡载流子中的双极输运模型. 我们可以用上面的例子和例4的结论来解决问题. 也即我们算出了位于 x_n 和 $-x_p$ 处的少子浓度这个边界条件.

1.3 少数载流子分布.

我们在非平衡载流子中推导出n区的过剩少子双极输运方程. 一维情况下.

$$D_p \frac{d^2(\delta p_n)}{dx^2} - n_p \tau_p \frac{d(\delta p_n)}{dx} + g' - \frac{\delta p_n}{\tau_p} = \frac{d(\delta p_n)}{dt}$$

其中 D_p 和 n_p 分别为 $D' = \frac{u_n n_p D_p + u_p p_n D_n}{u_n n_p + u_p p_n}$, $\tau' = \frac{u_n n_p \tau_p + u_p p_n \tau_n}{u_n n_p + u_p p_n}$ 简化而来.

为了计算方便, 我们假设p区和n区中电场为0. 我们曾经在载流子的输运中计算过, 很大的电场会引起较大的电流, 所以可以近似. 我们还可假设在p区和n区的产生率为0, 以及 p_n 结处于稳态. 那么这与我们在非平衡载流子中的[例3]相同. 那么上式可以变为

$$\frac{d^2(\delta p_n)}{dx^2} - \frac{\delta p_n}{L_p^2} = 0, \quad (x > x_n) \quad \text{其中 } L_p^2 = D_p \tau_p, \text{ 即为少子平均扩散长度.}$$

同理, 对于p区.

$$\frac{d^2(\delta n_p)}{dx^2} - \frac{\delta n_p}{L_n^2} = 0, \quad (x < -x_p)$$

边界条件

$$\begin{aligned} p_n(x_n) &= p_{n0} \exp(\frac{eV_0}{kT}) & p_n(x \rightarrow +\infty) &= p_{n0}, \text{ 因为过剩载流子有寿命} \\ n_p(-x_p) &= n_{p0} \exp(\frac{eV_0}{kT}) & n_p(x \rightarrow -\infty) &= n_{p0} \end{aligned}$$

我们先写出通解.

$$\begin{aligned} \delta p_n(x) &= p_n(x) - p_{n0} = A e^{x/L_p} + B e^{-x/L_p} \quad (x \geq x_n) \\ \delta n_p(x) &= n_p(x) - n_{p0} = C e^{x/L_n} + D e^{-x/L_n} \quad (x \leq -x_p) \end{aligned}$$

代入边界条件, 首先 $A=D=0$.

那么对于n区: $p_{n0} \exp(\frac{eV_0}{kT}) - p_{n0} = B e^{-x_n/L_p} \Rightarrow B = p_{n0} [\exp(\frac{eV_0}{kT}) - 1] e^{\frac{x_n}{L_p}}$

$$\Rightarrow \delta p_n(x) = p_n(x) - p_{n0} = p_{n0} [\exp(\frac{eV_0}{kT}) - 1] e^{\frac{x_n - x}{L_p}}, \quad (x \geq x_n)$$

对于p区 $n_{p0} [\exp(\frac{eV_0}{kT}) - 1] = C e^{x_p/L_n} \Rightarrow C = n_{p0} [\exp(\frac{eV_0}{kT}) - 1] e^{\frac{x_p}{L_n}}$

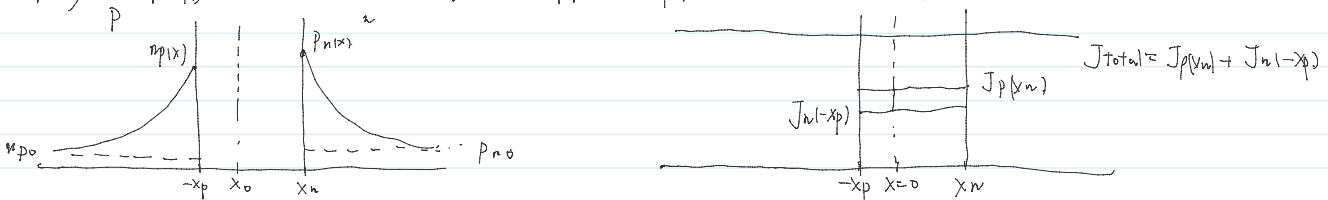
$$\Rightarrow \delta n_p(x) = n_p(x) - n_{p0} = n_{p0} [\exp(\frac{eV_0}{kT}) - 1] e^{\frac{x_p + x}{L_n}}, \quad (x \leq -x_p)$$

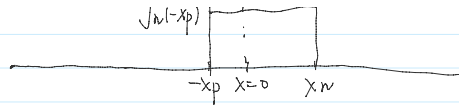
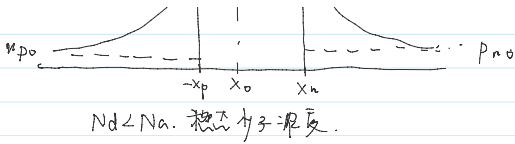
我们这里其实默认了n区和p区的长度远大于少子扩散长度.

1.4 理想PN结电流.

我们进行了过量载流子的浓度分布, 而我们的目的则是为了描述电流. 而我们的要用到上述的第四个假设. 在第一次近似假设, 我们认为是假设4.1和4.3是矛盾的, 实际为并列关系.

由于总电流等于电子电流 + 空穴电流, 然而在pn结中, 我们的电流只有少子的扩散电流一种 (或者说扩散也不完全对, 这里扩散说的是一种行为). 我们再说一遍, 我们在课本中也学过, 多子的扩散加少子的漂移. 那么对于电子电流和空穴电流之和, 我们只能在耗尽区内求解. 耗尽区连续, 那么我们就可以用 $J_p(-x_p) + J_n(x_n)$ 来表征整个PN结的电流. 则少子漂移由于太少, 且我们还假设了p区和n区内的电场为0. 我们就不必纠结就好 (当然需要实验事实的保证)





那么我们就求出 x_n 处的电子电流密度和 x_p 处的电子电流密度和 $0 \leq z$.

$$J_p(x_n) = -eD_p \frac{dp_n(x)}{dx} \Big|_{x=x_n} = -eD_p \frac{d[\delta p_n(x)]}{dx} \Big|_{x=x_n}$$

$$J_n(-x_p) = eD_n \frac{dn_p(x)}{dx} \Big|_{x=-x_p} = eD_n \frac{d[\delta n_p(x)]}{dx} \Big|_{x=-x_p}$$

我们代入少子的浓度表达式

$$J_p(x_n) = -eD_p \cdot p_{n0} \left[\exp\left(\frac{eV_a}{kT}\right) - 1 \right] \cdot \exp\left(\frac{x_n - x}{L_p}\right) \cdot \frac{1}{L_p} \Big|_{x=x_n} = \frac{eD_p p_{n0}}{L_p} \left[\exp\left(\frac{eV_a}{kT}\right) - 1 \right]$$

$$J_n(-x_p) = eD_n \cdot n_{p0} \left[\exp\left(\frac{eV_a}{kT}\right) - 1 \right] \cdot \exp\left(\frac{x - x_p}{L_n}\right) \cdot \frac{1}{L_n} \Big|_{x=-x_p} = \frac{eD_n n_{p0}}{L_n} \left[\exp\left(\frac{eV_a}{kT}\right) - 1 \right]$$

那么总电流密度

$$J_{total} = \left[\frac{eD_p p_{n0}}{L_p} + \frac{eD_n n_{p0}}{L_n} \right] \left[\exp\left(\frac{eV_a}{kT}\right) - 1 \right]$$

我们定义 $J_s = \frac{eD_p p_{n0}}{L_p} + \frac{eD_n n_{p0}}{L_n}$ ，我们可以发现这一部分是反向饱和电流密度，而且只与温度有关和 PN 结的参量有关。

多扯一句，有关的参数为 $D_p, L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$ ， D_p 和 τ_p 有受因斯坦关系，于是与 $m_i, N_d, N_a, \tau_p, \tau_n, L_p, L_n$ 有关，这个都是已知或者可以由材料基的实验室测得。最后为电流密度与 T !!!

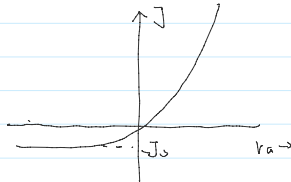
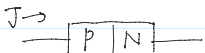
$$J_{total} = J_s \left[\exp\left(\frac{eV_a}{kT}\right) - 1 \right] = J_0 \left[\exp\left(\frac{V_a}{V_T}\right) - 1 \right]$$

我们求以 PN 结的载流子浓度和电流。

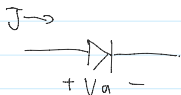
$$I = I_0 \left(\exp\left(\frac{V_a}{V_T}\right) - 1 \right)$$

到此为止，我们推导出了在模型中的一个重要公式，这个公式有无数学生在学习中暗自问过，但有几个人有机会真正推导过呢？这一个多月的努力没有白费!!! 感谢自己给自己这样一个机会!!!

现在我们可以很自信的给出他的图形，我们之前也提到虽然是非线性，但更偏是线性的，我们给出相关图形。



当 $V_a \gg V_T$ 时， $\exp\left(\frac{V_a}{V_T}\right) \gg 1$ ，那么 J_s 就叫做反向饱和电流。

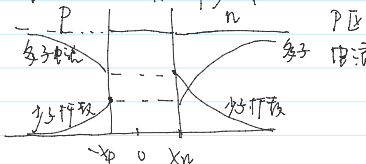


改变器件的掺杂浓度 N_d 大小可以改变 $J_s =$ 二极管中电子电流密度与空穴电流的相对大小。

1.5 物理学小结

我们已经讨论了 PN 结外加正偏电压时的情况，正偏电压降低了势垒的高度，电子与空穴就穿过空间电荷区注入到相应的区域，注入后的载流子成为少数，少数从各自的注入方向内扩散与多数复合。

由于 PN 结内只有少数电子 (P 区为电子，N 区为空穴)，所以电流在 PN 结内为扩散流 (如图)，那么仅有少子的漂移是不行的。P 区和 N 区内微弱的电场此时又决定了对于少子的电流，这样使得在整个 PN 结内都有恒定的



$$J_p(x) = \frac{eD_p p_{n0}}{L_p} \left[\exp\left(\frac{eV_a}{kT}\right) - 1 \right] \exp\left(\frac{x_n - x}{L_p}\right), \quad x \geq x_n$$

$$J_n(x) = \frac{eD_n n_{p0}}{L_n} \left[\exp\left(\frac{eV_a}{kT}\right) - 1 \right] \exp\left(\frac{x - x_p}{L_n}\right), \quad x \leq -x_p$$

我们用总电流 $J_{total} = \left(\frac{eD_n n_{p0}}{L_n} + \frac{eD_p p_{n0}}{L_p} \right) \left[\exp\left(\frac{eV_a}{kT}\right) - 1 \right]$

分别减去 $J_p(x)$ 和 $J_n(x)$ 即可得到多数电子电流和多数空穴电流。

1.6 温度效应

我们之前提到过，反向饱和电流会和温度有关，因为 D_p, D_n, L_p 等都和温度有关，甚至包括少子平衡浓度。

他们成正比于 n_i^2 ，我们推导出

$$n_i^2 \approx N_d N_a \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right)$$

所以也是与温度有关的，那么想提高反向饱和电流密度意味着，温度上升 10°C ，理想反向饱和电流的大小会增加为原来的四倍。

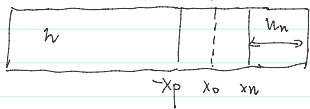
正偏时的电流关系由于还有 $\exp\left(\frac{eV_a}{kT}\right) - 1$ 这一项，也与温度有关，随着温度升高，用于维持相同电流的二极管偏压减小。假如电压保持不变，随着温度升高，二极管电流也会增大。由于 $\exp\left(\frac{eV_a}{kT}\right) - 1$ 这一项与反向饱和电流的变化趋势相反。

原来的四倍。

正偏时的电流乘数由于还有 $\exp(\frac{eV_a}{kT}) - 1$ 这一项，也与温度有关。随着温度升高，用于维持相同电流的二极管偏压减小。假如电流保持不变，随着温度升高，二极管电流也会增大。由于 $\exp(\frac{eV_a}{kT}) - 1$ 这一项与反向饱和电流的变化趋势相反。所以总体来说，正偏电流的变化不如反向饱和电流变化明显。

1.7 二极管模型

在之前的分析中，我们假设了 P 区和 N 区的长度不小于扩散长度。实际上，许多二极管的 P 区长度 W_p 小于扩散长度 L_p 。例如下图， W_n 长度远小于扩散长度。



那么重新分析一下二极管的方程

$$\frac{d^2 |S_{pn}|}{dx^2} - \frac{S_{pn}}{L_p^2} = 0$$

边界条件: $p_n(x_n) = p_{n0} \exp(\frac{eV_a}{kT})$ ，高电势下没有 $x > W_n$ ，只有 $x = W_n$ 。前边时在 $x = x_n$ 处有一个欧姆接触，即在金属和半导体接触面上是一个纯电阻。还有一种接触为肖特基接触，即存在一个肖特基势垒。这里我们有 $p_n(x = x_n + W_n) = p_{n0}$ 。

那么我们需要解的方程应该有 A 区还有 B。

$$S_{pn}(x) = p_n(x) - p_{n0} = A e^{x/L_p} + B e^{-x/L_p} \quad (x > x_n)$$

emmm... 这看起来有点为过。住什么在科学!

$$\begin{cases} A e^{x_n/L_p} + B e^{-x_n/L_p} = p_{n0} [\exp(\frac{eV_a}{kT}) - 1] \\ A e^{x_n+W_n/L_p} + B e^{-(x_n+W_n)/L_p} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} e^{x_n/L_p} & e^{-x_n/L_p} \\ e^{x_n+W_n/L_p} & e^{-(x_n+W_n)/L_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = p_{n0} \begin{bmatrix} \exp(\frac{eV_a}{kT}) - 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

先求个逆。

$$\begin{pmatrix} e^{x_n/L_p} & e^{-x_n/L_p} \\ e^{x_n+W_n/L_p} & e^{-(x_n+W_n)/L_p} \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{\begin{vmatrix} e^{x_n/L_p} & e^{-x_n/L_p} \\ e^{x_n+W_n/L_p} & e^{-(x_n+W_n)/L_p} \end{vmatrix}} \begin{pmatrix} e^{-x_n/L_p} & -e^{-x_n/L_p} \\ -e^{x_n+W_n/L_p} & e^{x_n/L_p} \end{pmatrix} = \frac{1}{-2 \sinh(\frac{W_n}{L_p})} \begin{pmatrix} e^{-x_n/L_p} & -e^{-x_n/L_p} \\ -e^{x_n+W_n/L_p} & e^{x_n/L_p} \end{pmatrix}$$

另外。

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \frac{2 p_{n0}}{\sinh(\frac{W_n}{L_p})} \begin{bmatrix} e^{-x_n/L_p} \cdot (e^{\frac{eV_a}{kT}} - 1) \\ -e^{x_n+W_n/L_p} \cdot (e^{\frac{eV_a}{kT}} - 1) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{pn}(x) &= -\frac{2 p_{n0}}{\sinh(\frac{W_n}{L_p})} \cdot \left[e^{\frac{eV_a}{kT}} - 1 \right] \left[e^{-\frac{x_n+W_n}{L_p} x} - e^{\frac{x_n+W_n}{L_p} x} \right] \\ &= p_{n0} e^{\frac{eV_a}{kT}} - 1 \cdot \frac{\sinh(\frac{x_n+W_n-x}{L_p})}{\sinh(\frac{W_n}{L_p})} \end{aligned}$$

当 $W_n \rightarrow 0$ 时，前向和可以简化为普通二极管长二极管公式。
若 $W_n \ll L_p$ 时，前向和 $\sinh x \rightarrow x$ ，那么左式变为。

$$S_{pn}(x) = p_{n0} \left[\exp(\frac{eV_a}{kT}) - 1 \right] \left(1 - \frac{x_n+W_n-x}{W_n} \right)$$

成为了一个线性函数。

$$J_p = -e D_p \frac{d(S_{pn}(x))}{dx} = \frac{e D_p p_{n0}}{W_n} \left[\exp(\frac{eV_a}{kT}) - 1 \right]$$

我们还能发现：由于 $W_n \ll L_p$ ，二极管的扩散电流密度大于长二极管的扩散电流密度，而且以 W_n 为扩散长度密度为常数。这意味着我们可以认为耗尽区中的少数载流子不存在复合过程。

2. PN 结二极管模型。

由于之前在模电中学到过，也用了 $I = I_s [\exp(\frac{V}{V_T}) - 1]$ ，这里我们重新推导。

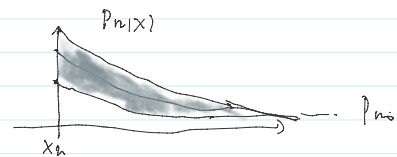
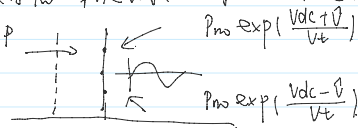
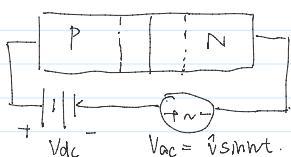
2.1 二极管模型

二极管和电阻一样为工作区非线性。

$$g_p \approx \frac{I_{DQ}}{V_T} \quad f_d = \frac{V}{I_{DQ}}$$

2.2 二极管模型

二极管电阻的倒数，我们在二极管中还应该考虑电容效应。我们先定性描述。



图中画出的随着电压变化，少数载流子浓度变化情况。

那么，图中的阴影部分就是交流电流的电荷量 ΔQ 。这个现象在 P 区和 N 区都存在。那么电容就被称为扩散电容。这个扩散电容和寄生电容的形成原理有很大不同。

令 $V_a = V_0 + V_1(t)$ ，那么。

$$p_n(x=0) = p_{n0} \exp\left[\frac{e(V_0 + V_1(t))}{kT}\right] = p_{n0}(t) = p_{n0} \exp\left(\frac{eV_0}{kT}\right) \exp\left(\frac{eV_1(t)}{kT}\right) = p_{dc} \exp\left(\frac{eV_1(t)}{kT}\right)$$

令 $V_a = V_0 + V_1(t)$, 其中

$$P_n(x=0) = P_{n0} \exp\left[\frac{e(V_0 + V_1(t))}{kT}\right] = P_{n0}(t) = P_{n0} \exp\left[\frac{eV_0}{kT}\right] \exp\left[\frac{eV_1(t)}{kT}\right] = P_{dc} \exp\left[\frac{eV_1(t)}{kT}\right], \text{ 其中 } P_{dc} = P_{n0} \exp\left[\frac{eV_0}{kT}\right]$$

我们这么做的的原因是: 由于加的是时变电场, 所以之前的分布还是需要重新计算. 我们先把 x_n 取到了坐标原点, 看和上图的图我们自然会想到用泰勒展开. 最后我们会验证这种想法的正确性.

我们作近似 $|V_1(t)| \ll V_0 = V_t$, 那我们就把其在原点附近做线性近似.

$$P_n(0,t) = P_{dc} \cdot \left[1 + \frac{V_1(t)}{V_t}\right]$$

我们用复指数的形式计算. (这对于通信工程的学生来说应该已经非常熟悉了.)

$$P_n(0,t) = P_{dc} \left[1 + \frac{V_1}{V_t} e^{j\omega t}\right].$$

区域内的双极输运方程为:

我们认为这个方程是线性的. 那么积分解可以表示成直流 + 交流.

$$D_p \frac{\partial^2 (\delta p_n)}{\partial x^2} - \frac{\delta p_n}{\tau_{p0}} = \frac{\partial (\delta p_n)}{\partial t} \quad S_p n(x,t) = \delta p_0(x) + p_1(x) e^{j\omega t}.$$

其中 $\delta p_0(x) = P_{n0} \left[\exp\left[\frac{eV_0}{kT}\right] - 1 \right] \exp\left[\frac{x_n - x}{L_p}\right]$.

将 $S_p n(x,t) = \delta p_0(x) + p_1(x) e^{j\omega t}$ 代入双极输运方程. 得到.

$$D_p \left[\frac{\partial^2 (\delta p_0(x))}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (p_1(x) e^{j\omega t})}{\partial x^2} \right] - \frac{\delta p_0(x) + p_1(x) e^{j\omega t}}{\tau_{p0}} = j\omega p_1(x) e^{j\omega t}.$$

$$\Rightarrow \left[D_p \frac{\partial^2 (\delta p_0(x))}{\partial x^2} - \frac{\delta p_0(x)}{\tau_{p0}} \right] + \left[D_p \frac{\partial^2 p_1(x)}{\partial x^2} - \frac{p_1(x)}{\tau_{p0}} - j\omega p_1(x) \right] e^{j\omega t} = 0. \text{ 我们通过第二种形式验证了线性关系.}$$

第一个方程是直流偏压的方程. 恒为 0. 那么第二个方程也为 0.

$$D_p \frac{\partial^2 p_1(x)}{\partial x^2} - \frac{1 + j\omega \tau_{p0}}{\tau_{p0}} p_1(x) = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 p_1(x)}{\partial x^2} - \frac{1 + j\omega \tau_{p0}}{L_p^2} p_1(x) = 0, \text{ 记 } C_p^2 = \frac{1 + j\omega \tau_{p0}}{L_p^2}$$

我们可以得到:

$$\frac{\partial^2 p_1(x)}{\partial x^2} - C_p^2 p_1(x) = 0. \Rightarrow p_1(x) = k_1 e^{-C_p x} + k_2 e^{C_p x}$$

现在. 我们代入边界条件. $\begin{cases} p_1(0) = P_{dc} \frac{V_1}{V_t} \\ p_1(L) = 0. \end{cases} \Rightarrow p_1(x) = P_{dc} \frac{V_1}{V_t} e^{-C_p x}.$

假设载流子均匀分布. 我们认为之前处于平衡状态. 那么 $p_1(x) e^{j\omega t}$ 就当做过剩载流子. 那么和之前推导直流的部分一样. 只做一个线性叠加.

$$J_p = -eD_p \left. \frac{\partial (\delta p_n)}{\partial x} \right|_{x=0} = -eD_p \left. \frac{\partial (\delta p_0(x))}{\partial x} \right|_{x=0} + -eD_p \left. \frac{\partial (p_1(x) e^{j\omega t})}{\partial x} \right|_{x=0} = J_{p0} + J_p(t)$$

其中 J_{p0} 是直流部分.

$$J_{p0} = -eD_p \left. \frac{\partial (\delta p_0(x))}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{eD_p P_{n0}}{L_p} \left[\exp\left(-\frac{eV_0}{kT}\right) - 1 \right].$$

$$J_p(t) = -eD_p e^{j\omega t} \left. \frac{\partial (p_1(x))}{\partial x} \right|_{x=0} = eD_p C_p P_{dc} \frac{V_1}{V_t} e^{j\omega t}.$$

交流电流 $I_p = A J_p = A \cdot eD_p C_p \cdot \frac{V_1}{V_t} P_{dc}$. 当 $C_p \propto x$.

$$I_p = A J_p = A eD_p \sqrt{\frac{1 + j\omega \tau_{p0}}{D_p \tau_{p0}}} P_{dc} \frac{V_1}{V_t}.$$

直流电流我们取一下近似.

$$I_{p0} = A \cdot J_{p0} = A \cdot \frac{eD_p P_{n0}}{L_p} \left[\exp\left(\frac{eV_0}{kT}\right) - 1 \right] \xrightarrow{\text{近似}} I_{p0} = \frac{A e D_p P_{dc}}{L_p}. \text{ 那么这个近似很关键. 我们忽略了原来的分子. 似乎又一次看到了放大的能力.}$$

那么

$$I_p = \sqrt{D_p \tau_{p0}} I_{p0} \cdot \sqrt{\frac{1 + j\omega \tau_{p0}}{D_p \tau_{p0}}} \cdot \frac{V_1}{V_t} = I_{p0} \sqrt{1 + j\omega \tau_{p0}} \left(\frac{V_1}{V_t} \right)$$

对于 p 区的少数载流子. 有类似的结论.

$$I_n = I_{n0} \sqrt{1 + j\omega \tau_{n0}} \left(\frac{V_1}{V_t} \right), \text{ 其中 } I_{n0} = \frac{A e D_n n_{p0}}{L_p} \left[\exp\left(\frac{eV_0}{kT}\right) - 1 \right] \approx \frac{A e D_n n_{p0}}{L_p} \exp\left(\frac{eV_0}{kT}\right)$$

于是我们得到总电流

$$I = I_p + I_n = \left(I_{p0} \sqrt{1 + j\omega \tau_{p0}} + I_{n0} \sqrt{1 + j\omega \tau_{n0}} \right) \frac{V_1}{V_t}$$

那他的导纳.

$$Y = \frac{I}{V_1} = \frac{1}{V_t} \left(I_{p0} \sqrt{1 + j\omega \tau_{p0}} + I_{n0} \sqrt{1 + j\omega \tau_{n0}} \right).$$

那么这个导纳公式用原文形容. 则说:

任何线性. 集成的. 有限的. 对称的电路网络都不能描述上述导纳函数表达式.

又要线性化. 我们作假设 $\omega \tau_{p0}, \omega \tau_{n0} \ll 1$. 这样. 我们可以认为这是一个低频信号. 用我们 Δ 区的面积向来讲. 则可以从近似忽略忽略上的误差. 高电平可以认为是一个指数信号. 这也回答了我们的问题. Δ 区的面积没有问题. 随载流子的产生. 是不可避免的.

$$\sqrt{1 + j\omega \tau_{p0}} \approx 1 + \frac{j\omega \tau_{p0}}{2}, \quad \sqrt{1 + j\omega \tau_{n0}} \approx 1 + \frac{j\omega \tau_{n0}}{2}.$$

忽略电容上的电压，在低频下，电容的阻抗可以认为是无穷大，因此电容上没有电压，因此电容上没有电流，因此电容上没有电荷。

$$\sqrt{1+j\omega\tau_p} \approx 1 + \frac{j\omega\tau_p}{2}, \quad \sqrt{1+j\omega\tau_n} \approx 1 + \frac{j\omega\tau_n}{2}$$

那么 Y 可以写为

$$Y = \frac{1}{V_t} (I_{p0} + I_{p0} \frac{j\omega\tau_p}{2} + I_{n0} + I_{n0} \frac{j\omega\tau_n}{2})$$

$$= \frac{1}{V_t} (I_{p0} + I_{n0}) + j\omega \left[\frac{1}{2V_t} (I_{p0}\tau_p + I_{n0}\tau_n) \right]$$

(这下清楚多了)

$$Y = g_d + j\omega c_d, \quad g_d \text{ 就是我们期待的静态工作点的电导, } g_d = \frac{I_0}{V_t}$$

c_d 即为扩散电容 $\frac{1}{2V_t} (I_{p0}\tau_p + I_{n0}\tau_n)$, (这里 I_{p0} 和 I_{n0} 是直流电流没毛病, 在交流中是平均值, 我们做) 很多级性。

因为电容并不理想交流电容, 所以电容数值比直流电容要大, 尤其是和静态电容相比较。

假设 $N_A \gg N_D$, 那么 $p_{n0} \gg n_{p0}$, 那么 $I_{p0} \gg I_{n0}$, $T = 300K$, $\tau_p = 10^{-7}s$, $I_{p0} = I_{n0} = 1mA$

$$c_d \approx \frac{1}{2V_t} (I_{p0}\tau_p) = \frac{1}{2 \times 0.0259} \cdot (10^{-7}) (10^{-7}) = 1.93 \times 10^{-17} F$$

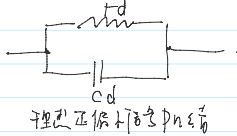
$$f_d = \frac{V_t}{I_0} = \frac{0.0259V}{1mA} = 25.9 \Omega$$

[说明] 在正向偏置中, 扩散电容占主导地位。假如流过二极管的电流非常大, 那么二极管的结电容和扩散电容的阻值很小, 假如流过二极管的电流很小, 那么阻值会增大, 在讨论双极型晶体管时, 我们还会讨论正向偏置的阻值。

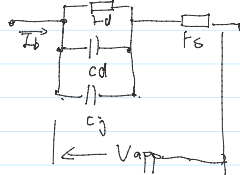
2.3 等效电路

小信号等效电路, 在模拟电路课程中用处还蛮大的。

理想情况下, 我们可以从导线网络模型中直接得到。然而在实际中, 由于 PN 结内电场不为 0 (无论是正向偏置还是反向偏置), 所以



理想正向偏置的 PN 结



需要加上一个串联电阻 R_s , 我们给出电压关系。

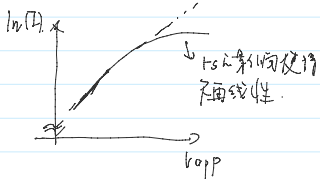
如在 PN 结上的电压为 V_a , 总电压为图中的 V_{app} , V_a 是理想二极管的电压。

$$V_{app} = V_a + I R_s$$

这个电阻值不大, 但是对电路性能有影响, 所以需要考虑增益因子, 也可以忽略。

C_j 为结电容;

$$C_j = \frac{\epsilon}{W}, \quad \text{其中 } \epsilon = \left[\frac{2\epsilon_s V_b}{e} \right] \left[\frac{N_A + N_D}{N_A N_D} \right]^{\frac{1}{2}}$$



3. 产生-复合电流

之前在推导电流中的关系时, 我们给出了一些假设, 在计算空间电荷区的电场密度时, 直接使用 $J_p + J_n$, 然而非理想的 PN 结在表面一定会有缺陷, 所以存在复合中心, 这时, 空间电荷区的复合和产生平衡, 从简并态 - 里德 - 谢尔理论来考虑。

$$R = \frac{C_n C_p N_t (n_p - n_i^2)}{C_n (n + n_i) + C_p (p + p_i)}, \quad C_n \text{ 和 } C_p \text{ 是捕获系数和复合的捕获因子, } N_t \text{ 是陷阱的密度, } n_i \text{ 和 } p_i \text{ 是 } n \text{ 和 } p \text{ 在能级上的有效初始密度}$$

而我们在小信号条件下推导得到

$$Z_{p0} = \frac{1}{C_p N_t}, \quad Z_{n0} = \frac{1}{C_n N_t}$$

根据公式的结果, 在大注入状态下, 这些载流子的寿命与陷阱有关, 所以我们可以使用这个公式。

3.1 反向产生电流

对于反偏, 存在一定的反向饱和电流, 让我们认为空间电荷区不存在可移动的电荷和空穴, 我们在表面也是基于这个条件分析的, 那么 $n_{sp} = 0$, 代入复合平衡公式

$$R = \frac{C_n C_p N_t (n_i^2)}{C_n n + C_p p}$$

我们可发现反偏为负, 那么即捕获小于发射, 空间电荷区产生了电子空穴对, 而电子和空穴的复合电场的作用力, 使得移出空间电荷区, 达到平衡状态区内无净电荷积累, 那么这个电流即为反向产生电流。

假设复合中心能级处于本征能级附近, 本征注入的条件假设了 E_c 在 E_i 附近, 不相互矛盾, $n_i = n_i$, $p_i = p_i$

$$R = \frac{S_0}{2}, \quad \text{其中 } 2 = Z_{p0} + Z_{n0} \text{ (这个公式来源于非平衡载流子的寿命, 这里就不推导了, 当时有一个假设是平衡条件下)}$$

$$\text{即 } n = n_i + \delta n, \quad p = p_i + \delta p \text{ (这里 } n_i = n_i, \quad p_i = p_i, \quad \text{即 } \delta n = -n_i = -n_i, \quad \delta p = -p_i = -p_i)$$

$$\text{代入 } Z_{p0} \text{ 和 } Z_{n0} \text{ 条件}$$

$$R = \frac{-n_i}{Z_{p0} + Z_{n0}} = \frac{-n_i}{2Z_0} = -G, \quad \text{其中 } Z_0 = \frac{Z_{p0} + Z_{n0}}{2}, \text{ 而 } R = -G \text{ 说明 } R + G = 0$$

究其原因, 我们用复合中心, 共同表示了复合和产生, 所以扩散方程的 $G-R$ 统一都用复合中心来表示了。

$$R = \frac{-n_i}{z_p + z_n} = \frac{-n_i}{2z_0} = -G. \quad \text{其中 } z_0 = \frac{q_0 + 2q_0}{2} \text{, 而 } R = -G \text{ 说明 } R + G = 0.$$

究其原因，我们用复合中心共同表示了复合和产生，所以扩散方程的“G-R”统一都用复合中心来表示。

结合之前的假设，即空间电荷区的电流是恒定值，那么电流密度就是在整个空间电荷区对横截面积分。

$$J_{gen} = \int_0^W e G dx = \int_0^W \frac{n_i}{2z_0} dx = \frac{n_i W}{2z_0}$$

反偏电流是理想反向饱和电流之和与反向产生电流密度之和。

$$J_R = J_s + J_{gen}$$

理想反向饱和电流密度 J_s 与反偏电压无关（因为与宽度 W 无关，我们当时假设了宽度是无限长，所以只与 z_n 和 z_p 有关。

而这部分的产生电流 J_{gen} 则是在空间电荷区进行积分，所以与 W 有关，那么即与反偏电压有关。

下面我们大概给出在 pn 结理想反偏电流和理想产生电流的相对中高度

$$J_s = 4.15 \times 10^{-11} \text{ A/cm}^2, \quad \text{而 } J_{gen} = e n_i W / 2z_0$$

$$W = \left[\frac{2 \epsilon_s}{e} \left(\frac{N_A + N_D}{N_A N_D} \right) (V_{bi} + V_p) \right]^{1/2}, \quad \text{假设 } V_{bi} + V_p = 5V, \quad \text{则 } W = 1.14 \times 10^{-4} \text{ cm. 那么产生电流的密度即为}$$

$$J_{gen} = 2.74 \times 10^{-7} \text{ A/cm}^2$$

那么产生电流会以理想反向饱和电流高出 4 个数量级。

3.2 正偏复合电流

反偏 pn 结空间电荷区的电子空穴对被电场扫出了空间电荷区。因此 $n = p = 0$ 。这里，当 pn 结外加正偏电压时，空间电荷区会通过大量的电流，如果电压的值为恒定值，那么可以认为其中有过剩载流子。这时载流子浓度可以使用准费米能级来描述。

我们先将复合理论公式进行变形。

$$R = \frac{C_n C_p N_t (np - n_i^2)}{C_n (n + n') + C_p (p + p')}$$

分子分母同除 $C_n C_p N_t$

$$R = \frac{np - n_i^2}{z_p (n + n') + z_n (p + p')}$$

根据正偏情况下的能带图。

其中，根据准费米能级， n 和 p 率表示为， E_{Fn} 和 E_{Fp} 在准费米能级。

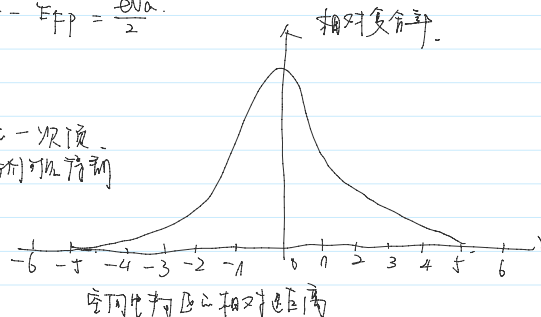
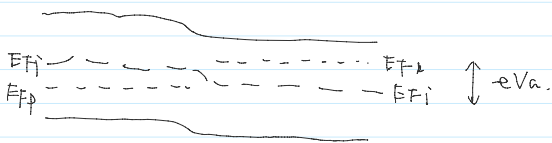
$$n = n_i \exp \left[\frac{E_{Fn} - E_{Fi}}{kT} \right] \quad p = n_i \exp \left[\frac{E_{Fi} - E_{Fp}}{kT} \right]$$

在空间电荷区

$$E_{Fn} - E_{Fp} = (E_{Fn} - E_{Fi}) + (E_{Fi} - E_{Fp}) = eV_a$$

而在中，我们认为 E_{Fi} 同时处于 E_{Fn} 和 E_{Fp} 之中，那么

$$E_{Fn} - E_{Fi} = E_{Fi} - E_{Fp} = \frac{eV_a}{2}$$



我们将结果代入 R 中

分子上： $np - n_i^2 = n_i^2 \left[\exp \left(\frac{E_{Fn} - E_{Fp}}{kT} \right) - 1 \right]$ ，而分母上 n 和 p 是一次项。

$E_{Fn} - E_{Fi}$ 和 $E_{Fi} - E_{Fp}$ 随着位置的变化可以参考图中能级关系，所以我们可以得到如右图所示的复合率大小的图形。

我们假设 $n' = p' = 1$ （复合中心能级在费米能级外）并且 $z_{n0} = z_{p0} = z_0$ 。

$$R_{max} = \frac{n_i^2 \left[\exp \left(\frac{eV_a}{kT} \right) - 1 \right]}{2z_0 n_i + n_i \exp \left(\frac{eV_a}{kT} \right)} = \frac{n_i \left[\exp \left(\frac{eV_a}{kT} \right) - 1 \right]}{2z_0 \left[\exp \left(\frac{eV_a}{kT} \right) + 1 \right]}$$

若 $eV_a \gg kT$ 即 $V_a \gg V_t$ ，那么我们可以忽略在正偏，在公式的分子上则可以忽略 ± 1 项。

$$R = \frac{n_i}{2z_0} \exp \left(\frac{eV_a}{kT} \right)$$

取偏时的情况一样，我们可以得到复合电流。

$$J_{rec} = \int_0^W e R dx$$

这个积分并不是很简单，这里我们可以借助拉普朗日定理的思想，使这个复合率的有效长度 x'

$$J_{rec} = \int_0^W e R dx = \frac{e n_i}{2z_0} \exp \left(\frac{eV_a}{kT} \right) \cdot x'$$

然而，由于 z_0 不是一个确定的常数，在误差可以接受之范围内，我们也把 x' 写成 W 。

$$J_{rec} = \frac{e W n_i}{2z_0} \exp \left(\frac{eV_a}{kT} \right) = J_{r0} \exp \left(\frac{eV_a}{kT} \right)$$

3.3 总正偏电流

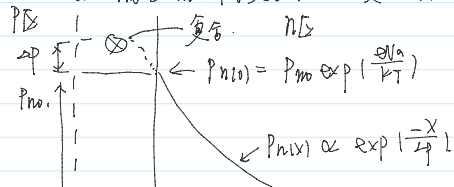
总正偏电流即为复合电流密度和理想扩散电流之和。我们只看 n 区，由于存在复合，那么在 $x = -x_p$ 处会有 p_n 的浓度梯度。

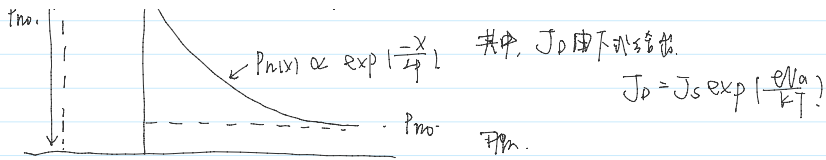
那么单位时间空间电荷区 n 区注入空穴的流量即为复合电流， p 区同理。

$$J = J_{rec} + J_p$$

其中， J_0 由下式给出。

$$J_0 = J_{s0} \exp \left(\frac{eV_a}{kT} \right)$$





其中, J_0 由下式给出: $J_0 = J_s \exp\left(\frac{eV_0}{kT}\right)$

其中, $J_s = \left[\frac{eD_p p_0}{L_p} + \frac{eD_n n_0}{L_n} \right]$

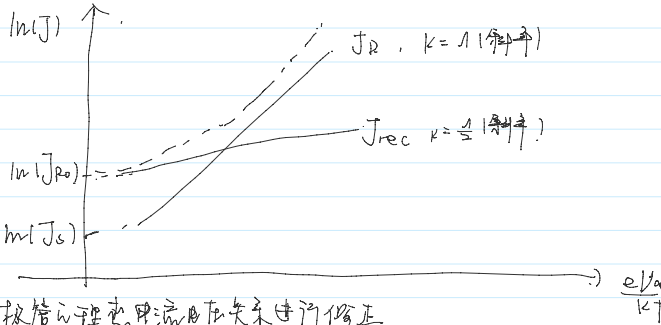
$J = J_{r0} \exp\left(\frac{eV_0}{2kT}\right) + J_c \exp\left(\frac{eV_0}{kT}\right)$

$J_{r0} = \frac{eWn_i}{2\tau}$

两边取对数,

$\ln J_{rec} = \ln J_{r0} + \frac{eV_0}{2kT}$ $\ln J_0 = \ln J_s + \frac{eV_0}{kT}$

我们取一个新的二次函数图形



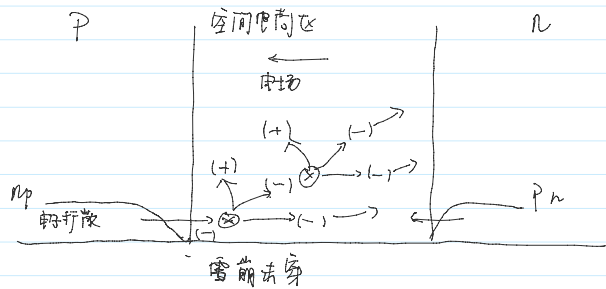
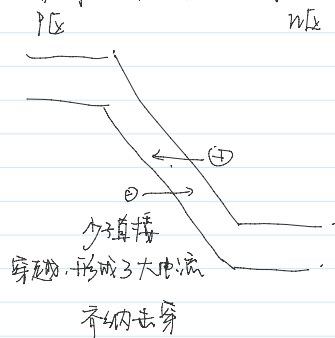
有复合电流后, 需对二极管的理想电流关系进行修正

$I = I_c \left[\exp\left(\frac{eV_0}{nkT}\right) - 1 \right]$, 其中 n 为理想因子. 在较大的正偏电压下, $n \approx 1$. 在较小的正偏电压下, $n \approx 2$. 在过流区域内 $1 < n < 2$.

4. 击穿穿

我们已经知道了有齐纳击穿和雪崩击穿两种. 在掺杂下, Pn 结由于隧穿效应机制而发生击穿称为齐纳击穿. 在耗尽区内存在发生碰撞, 便会产生新的电子和空穴对. 因而倍增, 便会产生雪崩效应. 称为雪崩击穿.

我们画出他们的示意图.

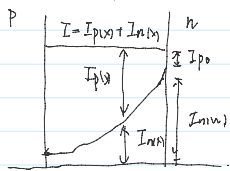


在电场作用下 (反偏外加电压 + 内建电场), 电子仍然会有少量的电子打散 (我们可以将它理解为一种统计行为, 有概率发生)

我们也可以通过之前的公式, 在忽略空间电荷区效应后, 得到 $n_p = n_0 \exp\left[-\frac{e(V_0 + V_a)}{kT}\right]$, 仍有少量电子.

在发生击穿后, 则形成了新的电流成分, 叠加在原有的反向电流之上. 对于大多数 Pn 结而言, 占主导地位的是雪崩效应.

若我们假设在 $x=0$ 处, 反向电子电流 I_{n0} 进入了耗尽区. 则发生了雪崩效应, I_n 随电压增大而增大



$I_n(x) = M_n I_{n0}$

M_n 是对于电子倍增因子. 此外, 这里假设所有各电流处处为恒定值设定. 在某一点 x 处的倍增因子电流表达式可以写为:

$\frac{dI_n(x)}{dx} = I_n(x) a_n dx + I_p(x) a_p dx$, 其中 a_n 和 a_p 是增长率, 即单位电子 a_n 或空穴 a_p 在单位长度内通过碰撞产生的电子-空穴对的数量. 我们通常考虑一般的情况. 对于因子的方向, 自然是考虑电子.

$\frac{dI_n(x)}{dx} = I_n(x) a_n + I_p(x) a_p$

总电流 $J = I_p(x) + I_n(x)$ 且 I 为定值. 那么我们可以得到关于 $I_n(x)$ 的一阶线性微分方程.

$\frac{dI_n(x)}{dx} = I_n(x) a_n + I a_p - I_n(x) a_p$

$\Rightarrow \frac{dI_n(x)}{dx} + (a_p - a_n) I_n(x) = a_p I$. 若我们假设 $a_n = a_p = \alpha$, 那么可以进一步简化.

$\Rightarrow \frac{dI_n(x)}{dx} = \alpha I$ $\Rightarrow I_n(x) - I_n(0) = I \int_0^x \alpha dx$

于是, 我们可以从这个方程中解得 M_n . $I_n(x) = M_n I_{n0}$, 即:

$(M_n - 1) I_{n0} = M_n I_{n0} \int_0^x \alpha dx$

于是，我们可以从这个方程中解得 M_n 。且 $I_{in} = M_n I_{no}$ ，即：

$$(M_n - 1) I_{no} = M_n I_{no} \int_0^w \alpha dx$$

$$1 - \frac{1}{M_n} = \int_0^w \alpha dx \Rightarrow M_n = \frac{1}{1 - \int_0^w \alpha dx}$$

从 M_n 无穷大，则可以认为发生了击穿。那么有

$$1 - \int_0^w \alpha dx \approx 0 \Rightarrow \int_0^w \alpha dx \approx 1$$

用高电平场的函数，而在反偏的情况下，电场也不为一个恒正值。假设有一个 p^+n 结，最大电场强度由下式给出（忽略了 x_p ）

$$E_{max} = \frac{eNdX_n}{\epsilon_s}$$

那么耗尽区 X_n 约为

$$X_n = \left[\frac{2\epsilon_s V_b}{e} \cdot \frac{1}{Nd} \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{这里不仅忽略了 } N_A \text{，而且认为耗尽区宽度很大，忽略了内建电势差 } V_{bi}$$

假设电压为 V_b 时发生击穿，则击穿电压为 V_b ，那么对应的电场则为临界电场 E_{crit} 。

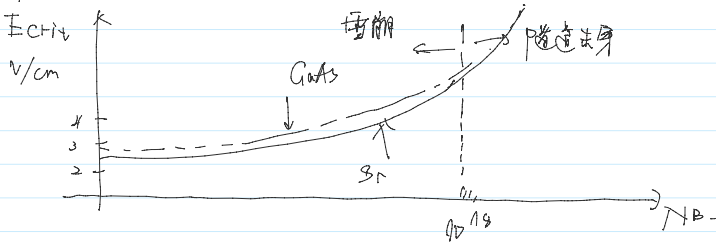
我们将代入上列两式，给出电压和电场的表达式。

$$E_{crit} = \frac{eNd}{\epsilon_s} \left[\frac{2\epsilon_s V_b}{e} \cdot \frac{1}{Nd} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow E_{crit} = \left[\frac{e}{2\epsilon_s} Nd V_b \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow V_b = \frac{\epsilon_s E_{crit}^2}{2eNd} \quad \text{为统一公式同时适用于 } p^+ \text{，记 } Nd \text{ 为 } N_B \text{，} N_B \text{ 为单侧结中掺杂一侧的掺杂浓度。}$$

临界电场是掺杂浓度的二次方函数。



均匀掺杂上平面结，击穿电压随浓度上升而上升。

而在线性缓变结，随着杂质梯度的增大击穿电压会下降。

我们这里大概估算：

对于线性缓变结：

$$\frac{dE}{dx} = \frac{\rho(x)}{\epsilon_s} = \frac{e-\alpha x}{\epsilon_s} \Rightarrow E(x) = \frac{ae}{2\epsilon_s} x^2 - \frac{ae}{2\epsilon_s} x_0^2$$

$$E_{max} = -\frac{ae}{2\epsilon_s} x_0^2$$

$$x_0 = \left[\frac{2}{a} \cdot \frac{\epsilon_s}{e} (V_{bi} + V_b) \right]^{\frac{1}{2}}$$

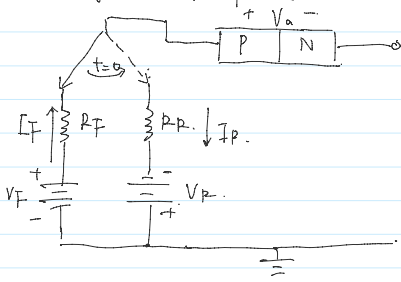
所以杂质浓度上升时， $x_0 \downarrow$ ， $E_{max} \downarrow$ ， $V_b \downarrow$ 。假如把打靶结果画在同一坐标系里，则击穿电压会进一步下降。

5. 二极管的存储与反偏瞬态

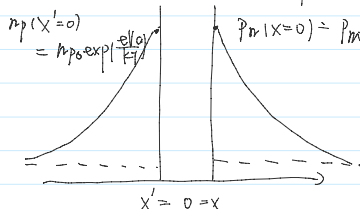
p_n 结二极管经常用来制作电子开关。在正偏状态下，即开态，很小的外加电压就能产生相对较大电流。在反偏状态，即关态，只有很小的电流存在于 p_n 结内。对于开关电路的性能，我们最感兴趣的是电路的开关速度（有时可以理解为平均建立时间常数）。这一节定性讨论二极管的开关瞬态以及存储电荷的有效度。从理论上简单地给出数学表达式。

5.1 关断瞬态

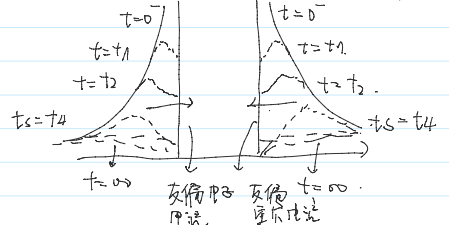
我们先给出一个开关电路的电路图。



$$t < 0 \text{ 时，} I = I_F = \frac{V_F - V_a}{R_F}$$

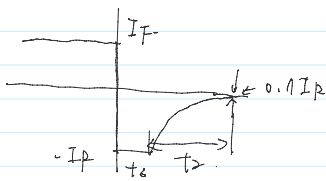


当 $t > 0$ 时，开关置于反偏，用 p_n $n_p(x=0)$ 和 $p_n(x=X)$ 突然会变大，因为成为了反偏，这时开关闭合同时朝 x 方向



在 $0^+ \leq t \leq t_s$ 时, I_p 近似为恒定, 其中 t_s 为存储时间, 存储时间即空区电荷正边缘少数浓度达到热平衡时所经历的时间(图中也标出了 t_s)

反向电流 I_p 是由少子电荷的存储效应(这个和扩散电容的原理是相同的, 但不是一个东西), $t=0$ 和 $t=0$ 时的差值即可认为是电容放电过程。



通过求解少子连续方程, 考虑边界 p_n 在 t_s (存储时间)

$$\exp\left(\frac{t_s}{\tau_{p0}}\right) = \frac{I_p}{I_p + I_R}$$

这个误差函数曾经在通信原理中和热加工工艺中见到过。

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\eta^2} d\eta$$

上式关于 t_s 的近似解为:

$$t_s \approx \tau_{p0} \ln\left[1 + \frac{I_p}{I_R}\right]$$

$t > t_s$ 时, 衰变时间则为 t_2 , t_2 由下式确定,

$$\exp\left(\frac{t_2}{\tau_{p0}}\right) + \frac{\exp(-t_2/\tau_{p0})}{\sqrt{t_2/\tau_{p0}}} = 1 + 0.1 \left(\frac{I_p}{I_R}\right)$$

为了使时间 $t_s + t_2$ 减少, 需要有大反向偏电流 I_p 和较短的载流子寿命。为了使二极管的开关速度较快, 需要给脚在反向偏电流一个泄放路径。我们在讨论晶体管开关选择时, 还将讨论上述效应。

5.2 开瞬态

由“关”到“开”的过程称为开瞬态。给二极管外加一个正向电压信号可以实现上述过程, 开瞬态的第一阶段进行得非常快, 在此期间, 电荷的注入与复合主要发生在中性区。

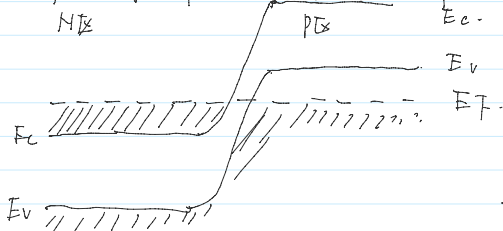
开过程的第二阶段即为建立少子分布所需的时间, 在此期间, p_n 结的电压逐渐增至稳态值。在少子寿命很小时且正偏电压很小的情况下, 开时间非常短。

6. 隧道二极管

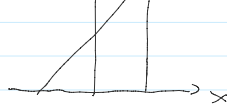
n区和p区都是掺杂掺杂二极管称为隧道二极管, 前者则是要求能够在导电价带内的情况。在讨论器件的工作过程会发现器件存在一个负阻区。

过去, 隧道二极管常用于振荡器中, 但现在, 高频振荡器一般都用其他类型的器件。这里讨论他一方面是由于学术上的需要, 也是对于量子力学的需要。

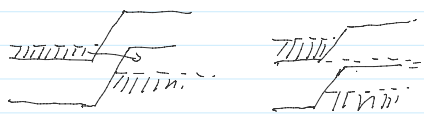
$T=0$ 时, 所有电子都在费米能级以下。



随着掺杂浓度的增大, 耗尽层的厚度会减小, 约为100个数量级。这种图中, 电荷可以(近似看成自由, 耗尽区的宽度减小, 所以区内平均电场, 电子穿过禁带的几率就很大。

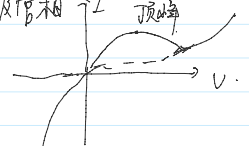


当发生反偏或正偏时, n区或p区的净费米能级大小不同, 正偏时 $E_{Fn} > E_{Fp}$, n区内的电子会有一定几率穿过禁带而进入p区。



随着电压的增大, 空穴的大小有一个先变大再变小的过程, 图中画出的虚线, 顶峰和电流变小的过程。若此时电压继续增大, 那么就会发生与硅二极管相同的打靶, 那么电流会再次上升。

反偏电压由存在很多空穴的量子态, 反偏电压会增大从顶峰到下降的那一段是负阻区, 即负阻区。



7. 其他二极管

对于不同材料的材料可能会有其他形式的二极管, 例如欧洲制作的肖特基二极管。由于学习的时间有限, 这一年的内容我们先行跳过, 下面直接进入三极管的学习, 有机的国家学习肖特基二极管。