基本概念

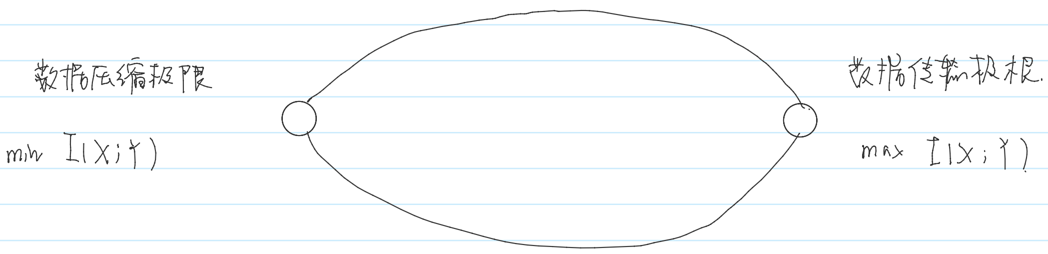
2020年3月13日 13:34

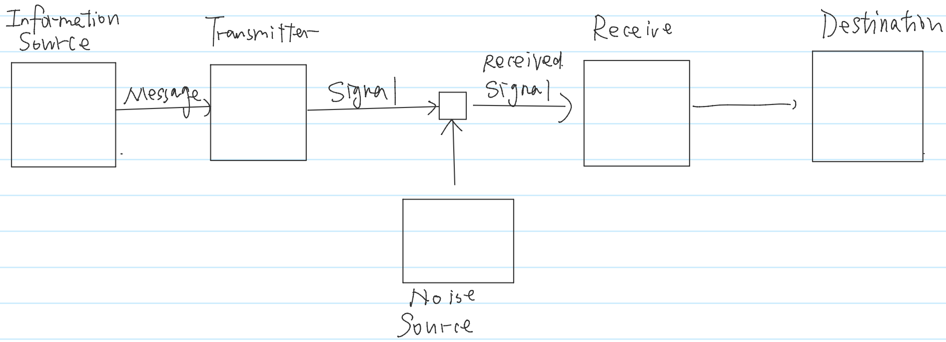
0. 概述

信息论的主要贡献是将通信从一种经验式的科学变为数学意义上的科学.

香农给出信息的精确定义，是在一个随机事件中做出选择，从而使通信具有了非常清晰的数学模型.也就是概率与统计的模型.

大体的数学模型如下.





有了上面的数学模型之后.信息论主要解决的问题则变成了，如何找到信息系统的极限；和如何逼近这个极限.

具体来说、经典信息论解决了以下3个问题

① 信源编码定理：对信源的压缩极限进行了定界.

② 信道编码定理：指出了在一定信道的条件下.所能通过这个信道的最大信息容量的极限.

③ 率失真编码定理：指出了当我们能够容忍一定的信源压缩失真的条件下：所能够得到的最小码率极限

在证明上述定理可达性的同时.也在大体上建设性地回答了如何设计编码的问题.

规定一下数学符号

X, Y, Z 表示随机过程. x, y, z 表示具体取值. $\mathcal{X}, \mathcal{Y}, \mathcal{Z}$ (花体)来表示集合.($|\mathcal{X}|$ 表示集合的维数，即为元素的个数)

$P_X(x) \stackrel{!}{=} \mathbb{P}(X=x)$ 表示随机变量取值为 x 时的概率. $P_{XY}(x,y) = \mathbb{P}(X=x, Y=y)$ 表示联合概率分布

下面定义随机变量序列.也就是矢量. $X^n = [X_1, X_2, \cdots, X_n]$. $x^n = [x_1, x_2, \cdots, x_n]$, X_i^j , x_i^j 即为长度为 $j+i-1$ 的序列.

1. 研究思路

信息论的研究主要遵循了从离散到连续.从单一分布到联合分布的过程.大体可以对应上面的三大定理分为三类.自信息、互信息和率失真.

从概念上出发，可以用如下的思路表示

自信息：随机变量的自信息 → 信息熵 → 信息熵的性质 $\xrightarrow{\text{离散到连续}}$ 微分熵

信息熵 ↓ 联合熵 条件熵

互信息：随机事件间的相关性 ⟶ 互信息 ⟶ 互信息的性质 $\xrightarrow{\text{离散到连续}}$ 连续随机变量的互信息

鉴别信息：似然比 ⟶ 鉴别信息的定义 ⟶ 鉴别信息的性质 ⟶ 熵，互信息，鉴别信息之间的关系